

收稿日期：2023-03-28；修回日期：2022-05-06。

基金项目：国家自然科学基金面上项目（52171353）；中央高校基本科研业务费专项资金资助项目（3132023138）。

作者简介：高飞德（1989—），男，硕士，助教，研究方向：船舶航行安全建模，

E-mail: 1062341231@qq.com。

曹宇皓（2000—），男，硕士生，研究方向：船舶航行风险分析，

E-mail: yc1522@ic.ac.uk。

张鹏（1989—），男，硕士，工程师，研究方向：船舶航行风险分析，

E-mail: 593539050@qq.com。

王新建（1988—），男，博士，讲师，研究方向：客船人员疏散，

E-mail: wangxinjian@dlnu.edu.cn。

基于扇形网格叠加计算的通航分道水域船舶领域研究

高飞德¹，曹宇皓²，张鹏³，王新建^{4*}

(1. 武警海警学院 航海系，浙江 宁波 315801；2. 帝国理工学院 交通研究中心，英国 伦敦 SW7 2AZ；3. 温州海事局，浙江 温州 325002；4. 大连海事大学 航海学院，辽宁 大连 116026)

摘要：为准确、客观的揭示开阔水域通航分道附近船舶领域与船型和船舶尺度的关系。首先，提出一种基于船舶 AIS (Automatic Identification System) 数据确定船舶领域边界的方法。即利用大量 AIS 数据计算船舶间的相对位置关系。并将不同时空船舶间的相对位置关系叠加到一起。以此来反映中心船周围他船的分布情况；其次，设计了船舶领域分析集成平台，结合周围船舶分布情况，利用最小二乘法拟合领域边界，得出研究水域船舶领域；最后，以某分道通航水域为例，研究主要船型的船舶领域。结果表明：开阔水域通航分道处船舶领域近似椭圆形，与藤井船舶领域模型类似；船舶领域与船舶尺度和船型有关，随船舶尺度的增大而增大，同尺度货船领域小于油船领域，领域长轴较短轴随船长增加更明显。

关键词：船舶领域；AIS 数据；相对位置关系；叠加计算；最小二乘法

中图分类号：U695；U169 **文献标志码：**A

Ship domain research of traffic lane waters based on superposition calculation of sector grid

GAO Fei-de¹, CAO Yu-hao², ZHANG Peng³, WANG Xin-jian^{4*}

(1. *Navigation Department, China Coast Guard Academy, Ningbo Zhejiang 315801, China*; 2. *Centre for Transport Studies, Imperial College London, London SW7 2AZ, UK*; 3. *Wenzhou Maritime Safety Administration, Wenzhou Zhejiang 325002, China*; 4. *Navigation college, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China*)

Abstract : In order to accurately and objectively reveal the relationship between ship domain, ship type and ship size near traffic lanes of open water, firstly, a method to determine ship domain boundary based on ship Automatic Identification System (AIS) data is proposed, that is, a large amount of AIS data is used to calculate the relative position relationship between ships, and the relative position relationship between ships in different time and space is stacked together. In this way, the distribution of other ships around the center ship is generated. Secondly, an integrated platform of ship domain analysis is designed, combining with the distribution of surrounding ships, the least square method is used to fit the domain boundary, and the ship domain in the study area is obtained. Finally, a traffic lane water is taken as an example, and the ship domain of the main ship type is studied. The results show that the ship domain in traffic lane of open water is elliptic, which is similar to the Fujii ship domain model. The ship domain is related to ship size and ship type, and increases with the increase of ship size. The domain of cargo ship in the same size is smaller than that of oil tanker, and the long axis of domain is more significant than the short axis as the length increases.

Key words: ship domain; AIS data; relative position relation; superposition calculation; least square method

0 引言

船舶领域是船舶与其他船舶或固定物体保持相对自由的周围有效水域，是任何一艘船舶保持航行安全所需的水域^[1]。自 20 世纪 70 年代以来，船舶领域的概念已广泛应用于船舶安全研究，早期的领域模型将船舶周围空间划分为危险区域和安全区域两个区域，安全区域具有固定的边界^[2]。近年来，海上自主水面船舶成为航运业和造船业普遍关注的话题。船舶自主避碰技术是智能船舶的核心技术，也是国际公认的难题^[3-4]，其中避碰决策离不开船舶领域模型，准确、客观的船舶领域能够提高避碰决策的正确率，进而借助航行仪器及时发出预警，规避碰撞风险^[5-6]。随着计算机和信息技术的发展，尤其是船舶 AIS 设备的强制配备，大量的 AIS 数据为船舶行为的分析和研究提供了一种新的途径，包括船舶交通特征分析、船舶冲突检测等^[7]。因此，使用 AIS 数据对船舶领域进行建模成为智能船舶避碰的热点话题之一。

在现有的船舶领域研究中，赵劲松^[8]提出了模糊边界船舶领域的概念，认为模糊边界由初始最近会遇距离与最小安全会遇距离之差的给定模糊集确定，而后 Pietrzykowski 和 Uriasz^[9]优化了模糊船舶领域的概念，讨论了船舶领域与最近会遇距离的关系，将船舶周围的区域不仅划分为危险区域和安全区域，而且还划分了安全级别。AIS 数据中包含了船舶静态信息、动态信息、航次相关数据等丰富的信息，能够实时反映船舶的位置，以及船舶之间的会遇态势^[10]，这为结合避碰规则和通航水域特点等因素确定船舶域的形状和大小提供了可能，如 Zhang 和 Meng^[11]以新加坡海峡的两艘集装箱船为例，利用 AIS 数据计算他船相对于本船的最近距离点，通过叠加最近距离点的方式提出基于概率分布的集装箱船舶领域；Hansen 等^[12]以丹麦某水域的船舶 AIS 数据为例，将不同时刻他船与本船的距离转化为相对于本船长度的位置点，再通过将中心船舶尺度标准化，

叠加不同时刻的他船位置点，得出该水域所有船舶之间距离的可视化强度图，分析船舶领域的大小。

综上所述，虽然传统的研究分析了船舶领域的影响因素和划分标准，但是，在对船舶领域进行量化时忽视了人和环境的潜在影响。在现有利用 AIS 数据开展船舶领域的研究中，多是针对某一特定船型开展研究，或是将船舶尺度模糊化，未能反映出不同船舶类型和船舶尺度的船舶领域情况。基于此，本文利用 AIS 数据将船舶按照船舶类型和船舶尺度进行分类，结合扇形网格叠加模型开发了一个船舶领域 WinForm 平台，将不同空间、时间的同类型、同尺度船舶的相对位置数据叠加到一起。最后，以曹妃甸第一通航分道附近水域为例，分析了通航分道区域不同船型、尺寸船舶的领域模型。本文建立的基于扇形网格叠加的船舶领域 WinForm 平台不但能够分析船舶类型、船舶尺寸对于船舶领域的影响，还能将不同水域的 AIS 数据进行快速叠加处理，提高了数据处理效率。此外，在 AIS 数据量足够多的情况下，还可以分析不同水域的船舶领域，能够凸显出模型的普遍适用性。

1 扇形网格叠加计算模型

1.1 船舶相对位置关系的计算方法

实现动态叠加计算的前提是计算某一时刻船舶间的相对位置关系，利用经纬度信息计算船舶间的相对位置关系，并将其储存在数据库中。为提高计算效率和直观研究中心船周围他船的分布情况，研究以中心船舶位坐标为圆心，3 海里为边界进行计算^[12]，详见图 1。

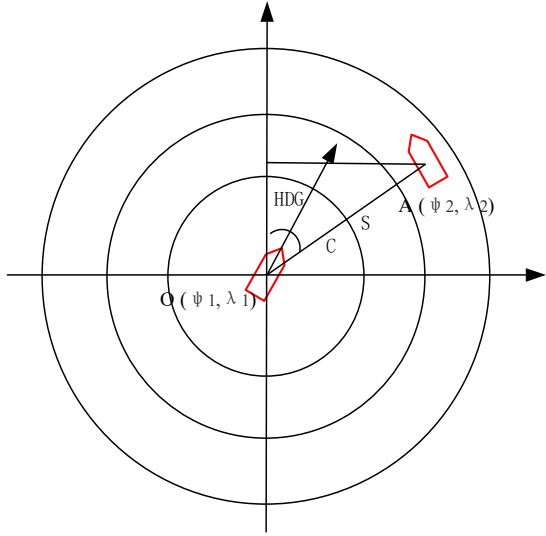


图 1 相对位置关系计算示意图

Fig.1 Calculation diagram of relative position relation

假定某一时刻，中心船 O 与他船 A 在网格内的相对位置关系如图 1，中心船船位 (φ_1, λ_1) ，他船 A 船位 (φ_2, λ_2) ，其中， φ, λ 分别为船位纬度和经度。

(1) 计算距离 L 和真方位(True Bearing, TB)

利用球面三角公式计算中心船到他船的距离 L 和他船的真方位 TB ^[13]，鉴于研究水域在 3 海里范围内，航程较短，利用大圆航程和航向计算时，距离 L 和真方位 TB 可分别认为是中心船航行至他船的航程 S 和初始航向 C ，如公式 (1) 和 (2) 所示。

$$\cos S = \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos D_\lambda + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \quad (1)$$

$$\cot C = \frac{\cos \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos D_\lambda}{\sin D_\lambda} \quad (2)$$

式中，因经纬度符号之别，需满足以下规律：

1) O 点纬度无论南北纬均取“+”，A 点纬度与 O 点同名时取“+”，反之取“-”，经差 D_λ 均取“+”。

2) 计算得到的真方位 TB 是以半圆周法表示的值，最终需换算成圆周法表示。

(2) 计算舷角 Q

由他船的真方位和中心船的船首向(Heading, HDG)，可以计算他船的舷角，如公式 (3)：

$$Q = TB - HDG \quad (3)$$

式中， TB 为他船 A 的真方位，即公式 (2) 求得的航向 C (用圆周法表示)， HDG 是 AIS 数据库中的中心船 O 的船首向。由此可将公式 (3) 转化为：

$$Q = C - HDG \quad (4)$$

此时求取的舷角为半圆法表示的值。

(3) 他船相对中心船位置坐标化

为方便后续叠加计算和可视化，现将他船相对中心船的位置以极坐标 $\rho(s, \theta)$ 的形式表示，其中距离 s 用分来表示，相对方位 θ 用圆周法来表示。

$$s = s \times 60 \quad (5)$$

$$\theta = \begin{cases} Q = C - HDG, \dots Q \geq 0 \\ 360^\circ + Q, \dots Q < 0 \end{cases} \quad (6)$$

1.2 船舶位置信息处理

通常某一时刻单一船舶周围他船数据较少，即使在交通流密集区域，中心船周围他船的密度分布也不足以反映船舶分布规律，更体现不出船舶领域的形状和大小。因此，为了获取足够多的数据，本研究将不同空间和不同时刻中心船在 3 海里范围内捕捉到的周围他船叠加到一张图上，实现船舶间相对位置关系信息的叠加效果。通俗来讲，可将中心船与其周围一定圆形水域视作一个整体，圆形区域嵌套在中心船上，随着中心船的运动而运动，圆形区域时刻捕捉进入区域内周围他船的位置信息，并将捕捉到的他船位置信息以小黑点的形式定格到圆形区域中，即可得到单一船舶某一时段内的叠加效果图，如图 2 所示。

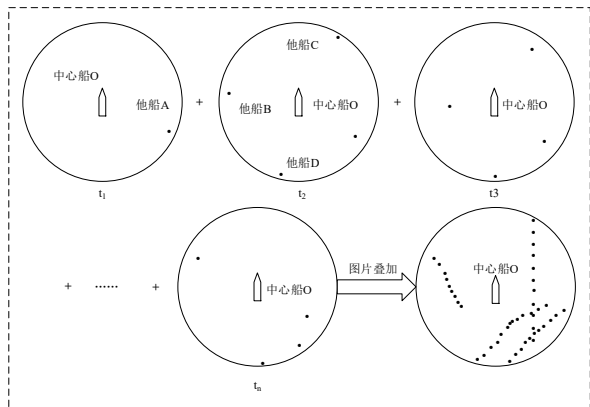


图2 单一船叠加示意图

Fig.2 Schematic diagram of single ship superposition

理论上,如若选取的 AIS 数据水域面积足够大,持续时间足够长,单一船舶船位信息叠加可研究特定类型船舶周围他船的分布规律,但事实上,考虑到程序计算效率和 AIS 数据获取的难易,通常会选取某一海域某一时段的 AIS 数据,这就使得在研究时段和研究水域(特别是开阔水域)范围内追踪单一船时,中心船周围没有足够数量的他船,从而影响船舶领域研究的准确度。因此,为解决此类问题,采用多船位置信息叠加,即将同类型、同尺度的船舶作为中心船,将同类型、尺度的多个中心船位置信息叠加到同一张图上。最终得到特定类型船舶的网格叠加图。

1.3 船舶分布密度统计

为直观反应中心船周围他船的分布规律,借鉴日本学者藤井先生研究船舶领域的方法来统计扇形区域内船舶分布密度。具体以中心船船位坐标为圆心,3海里为半径作圆,船首向上,并以 ΔC 间隔将方位圆化分成若干个小扇形,然后以圆心为起点,每 $0.05'$ 做圆环将小扇形分成若干个区域,如图3所示。

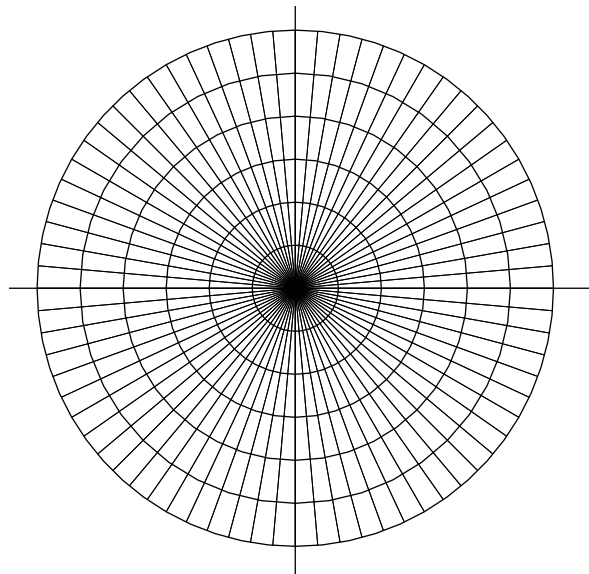


图3 中心船周围水域划分

Fig.3 Water division around the center ship

为方便后续描述,将每一个封闭的小区域定义为密度区间。利用以上计算船舶相对位置的方法,当叠加足够数量的船舶位置信息后,将周围船位信息以相对中心船的距离和方位的方式储存在数据库中。以他船为例,相对距离为 1.07 海里,方位为 83.5° ,则该船所在的密度区间为方位 $83^\circ \sim 84^\circ$,距离 1.05~1.10 海里。按此规律统计他船所在各个密度区间的船舶数量和各密度区间的面积大小,即可得到每一密度区间的船舶分布密度。

在确定船舶领域边界时,对比 Fujii 模型和 Goodwin 模型对船舶领域边界的定义,前者是中心船附近局部密度达到最大值时的距离,后者则是将平均密度作为领域的边界。相比前者,平均密度统计领域边界能够减少非避让行为导致的船舶密度局部过大的现象^[13]。因此,本文选取平均密度统计领域边界。具体步骤如下:

- (1) 计算中心船周围船舶的总数量 Q ;
- (2) 计算圆形区域总面积 S ;
- (3) 计算平均密度;

$$\rho = \frac{Q}{S} \quad (7)$$

- (4) 比对各密度区间的船舶密度与平均密度;

采用扇形径向对比方式，如图 4 所示，先对 I 中的 6 个密度区间依次进行比较，再按照顺时针以 ΔC 为单位径向比较下一组数据（II 中的 6 个密度区间），以此类推，直至最后一组小扇形，最终得到密度区间等于平均密度 ρ 的数据。

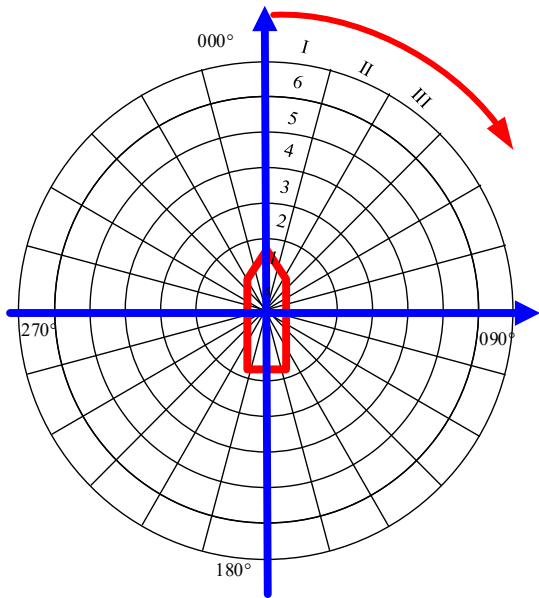


图 4 扇形密度统计

Fig.4 Sector density statistic

(5) 记录存储对应密度区间位置信息

记录密度区间的船舶密度达到平均密度的位置数据，以区间中心坐标方式表示并存储在数据库中，并能以 txt 格式导出，以便于后续拟合处理。

2 开发船舶领域 WinForm 平台

2.1 算法流程图

借助 C#语言，编写基于 Microsoft.NET 平台的应用程序，以此构建 WinForm 平台的船舶领域模型。其流程图如图 5 所示。

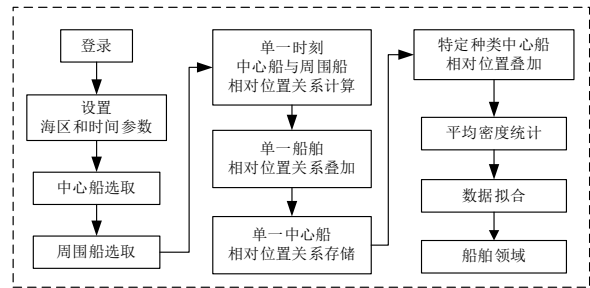


图 5 模型算法实现流程图

Fig.5 The model algorithm implements the flow chart

为确保数据量足够反应船舶领域的规律，将单一中心船在选定海域和时间内与周围船舶的相对位置关系以坐标的形式存储在数据库中，选取同类型、同尺度船舶作为中心船，重复叠加单一中心船相对位置数据，直到中心船与周围船舶在界面内无明显变化时停止叠加。叠加效果如图 6 所示。

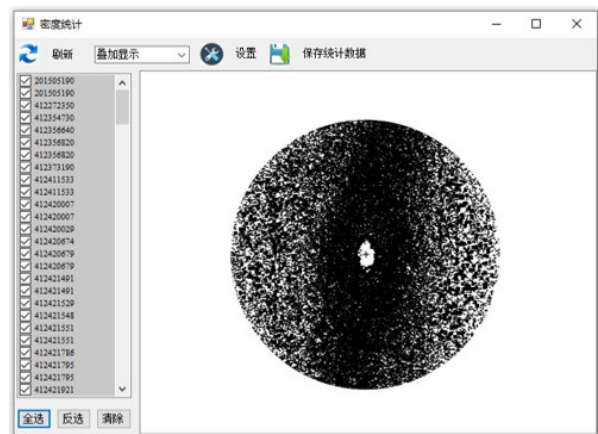


图 6 特定船舶叠加效果图

Fig.6 Superimposed renderings of specific ships

计算出以上叠加后的平均密度，并统计出密度区间等于平均密度的区间位置，如下图 7 所示。

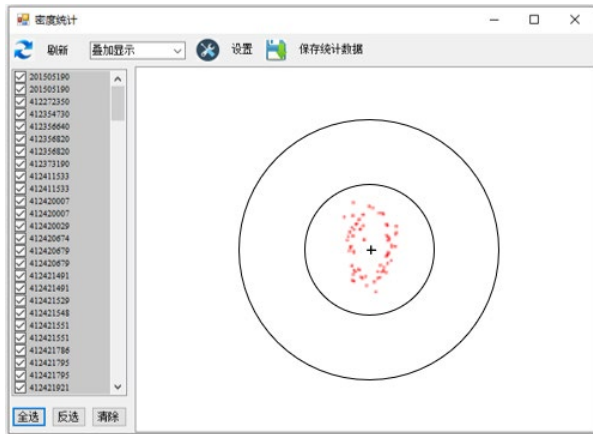


图 7 平均密度区间位置数据点

Fig.7 Location data points in the average density interval

2.2 数据拟合

结合以上叠加效果图可知，船舶领域形状近似椭圆，因此在拟合领域边界时考虑椭圆拟合。

3 通航水道水域的船舶领域分析

3.1 研究水域 AIS 数据

AIS 提供了船舶的动静态信息，考虑到 AIS 动、静态信息，如船位、船舶类型、船长等信息的准确性和完整性对船舶领域的影响较大，因此，在使用 AIS 数据构建船舶领域时需要先对 AIS 数据的噪声点进行清洗，去除掉船位不在研究范围内的 AIS 数据，航速小于 0.1 节的 AIS 数据，以及船首向不在 $0^{\circ} \sim 360^{\circ}$ 范围内的数据。如图 8 所示，本文选取曹妃甸第一通航分道附近水域 ($38^{\circ}44' \sim 38^{\circ}51' N$, $118^{\circ}42' \sim 118^{\circ}52' E$)，2019 年的 AIS 数据为研究对象，分析通航水道水域的船舶领域，展示模型的适用性。

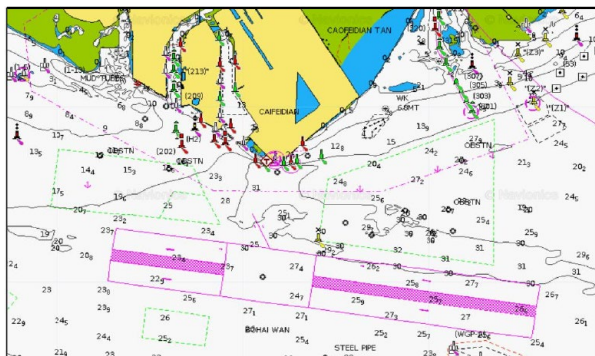


图 8 曹妃甸水域第一通航分道

常用的椭圆拟合方法主要有 3 类：基于 HOUGH 变换的椭圆拟合方法，基于不变矩的方法，基于最小二乘法的方法^[14]。在这 3 种方法中，最小二乘法是在随机误差为正态分布时由最大似然法推出的一种最优估计技术，它可使测量误差的平方和最小，因此也被视为从一组测量值中求出一组未知量的最可信赖的方法之一^[15]。

本文将导出的平均密度数据，利用 MATLAB 进行最小二乘法的椭圆曲线拟合的方法，拟合公式：

$$F = @ (p, x) p(1) * x(:,1).^2 + p(2) * x(:,1) .* x(:,2) + p(3) * x(:,2).^2 + p(4) * x(:,1) + p(5) * x(:,2) + p(6) \quad (8)$$

Fig.8 The first traffic separation of Caofeidian Waters

3.2 曹妃甸第一分道附近交通流

利用整理后的 AIS 数据建立数据库，在此基础上对研究水域的交通流进行分析，得到该水域船舶类型和船舶长度分布情况，如图 9 所示。鉴于油船的特殊性，本研究将油船单独列为一类，将其他货船归为一类。

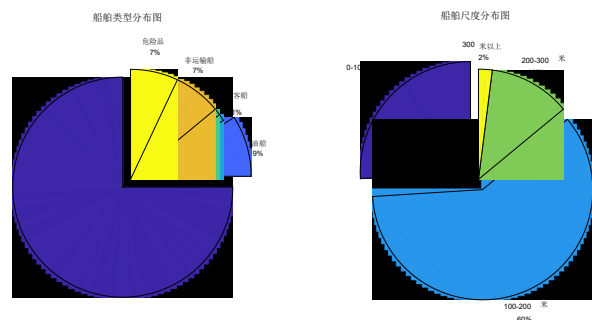


图 9 船舶种类和尺度分布图

Fig.9 Distribution of ship types and ship size

由图 9 的统计图形可知，从船舶类型看，该水域船舶以货船（散货、杂货、集装箱等）为主，其次是油船，渔船和客船占比小；从船舶尺度来看，该水域主要以 200 米以下船舶为主。因此本文在研究船舶领域模型时分别研究不同尺寸情况

下货船和油船的船舶领域模型，并重点对比 200 米以下货船和油船船舶领域模型。

利用 Matlab 对导出的平均密度位置数据进行拟合，得出货船和油船的船舶领域模型。

3.3 船舶领域模型统计

(1) 货船船舶领域模型

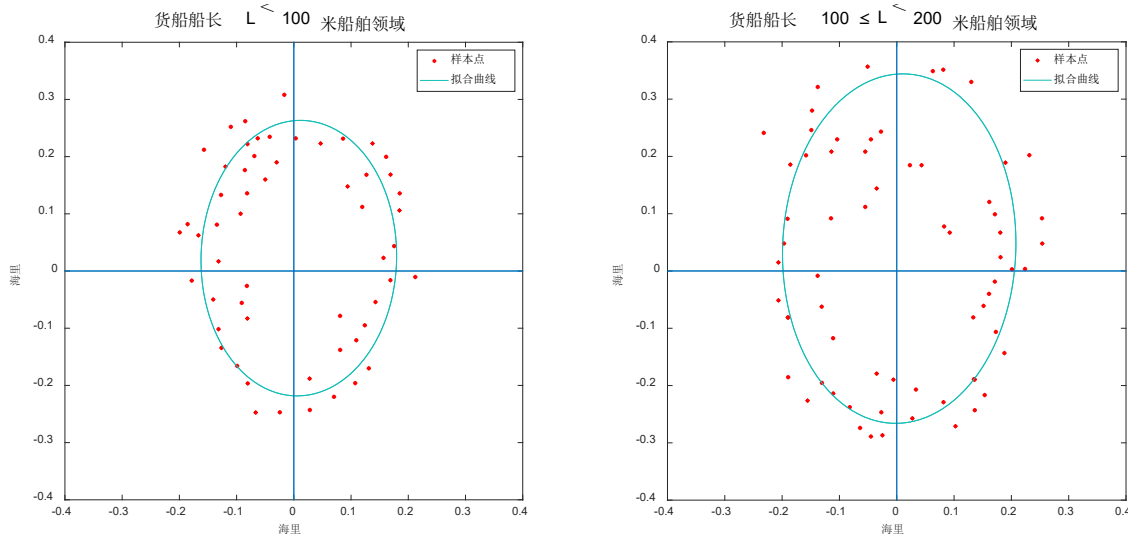


图 10 200 米以下货船的船舶领域

Fig.10 The ship domain of cargo ships under 200 meters

由图 10 可知，100 米以下货船船舶领域的长轴和短轴分别为：0.4819 海里和 0.3419 海里；

100-200 米货船船舶领域的长轴和短轴分别为：0.6104 海里和 0.4069 海里。

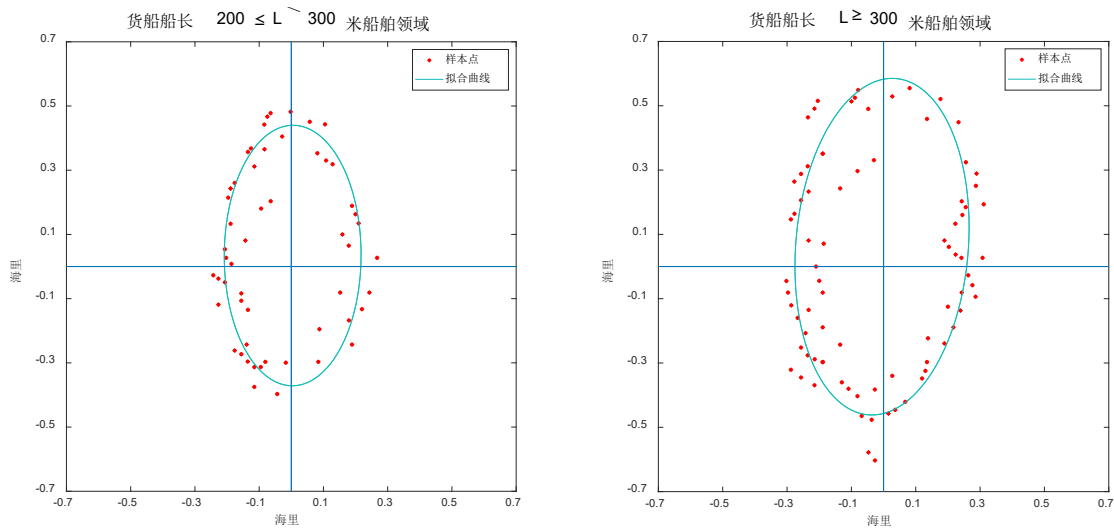


图 11 200 米以上货船的船舶领域

Fig.11 The ship domain of cargo ships over 200 meters

由图 11 可知，200-300 米以下货船船舶领域的长轴和短轴分别为：0.8115 海里和 0.4259 海里；
300 米以上货船船舶领域的长轴和短轴分别为：

1.0494 海里和 0.5363 海里。

(2) 油船船舶领域模型

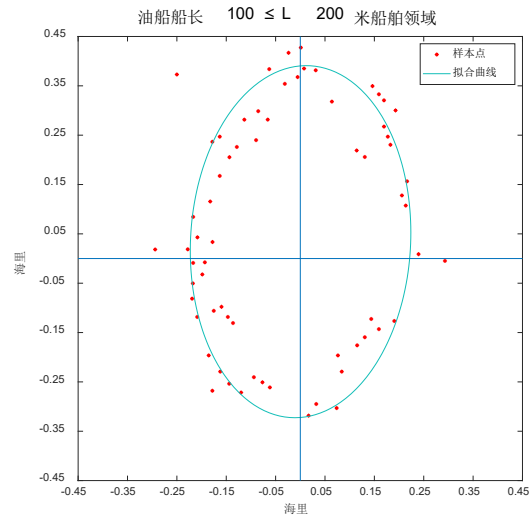
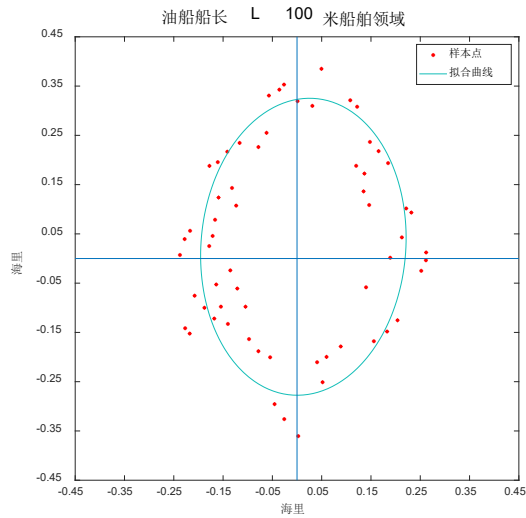


图 12 200 米以下货船的船舶领域

Fig.12 The ship domain of oil tanker under 200 meters

由图 12 可知，100 米以下油船船舶领域的长轴和短轴分别为：0.6038 海里和 0.4156 海里；

100-200 米油船船舶领域的长轴和短轴分别为：0.7142 海里和 0.4458 海里。

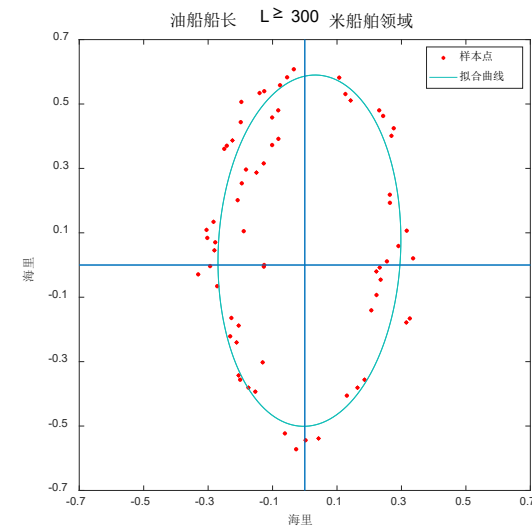
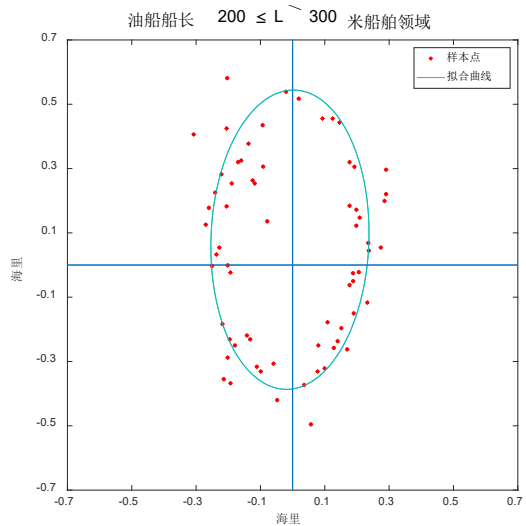


图 13 200 米以下货船的船舶领域

Fig.13 The ship domain of oil tanker over 200 meters

由图 13 可知，200-300 米以下油船船舶领域的长轴和短轴分别为：0.9313 海里和 0.4910 海里；
300 米以上油船船舶领域的长轴和短轴分别为：

1.0917 海里和 0.5661 海里。

(3) 200 米以下油船与货船船舶领域

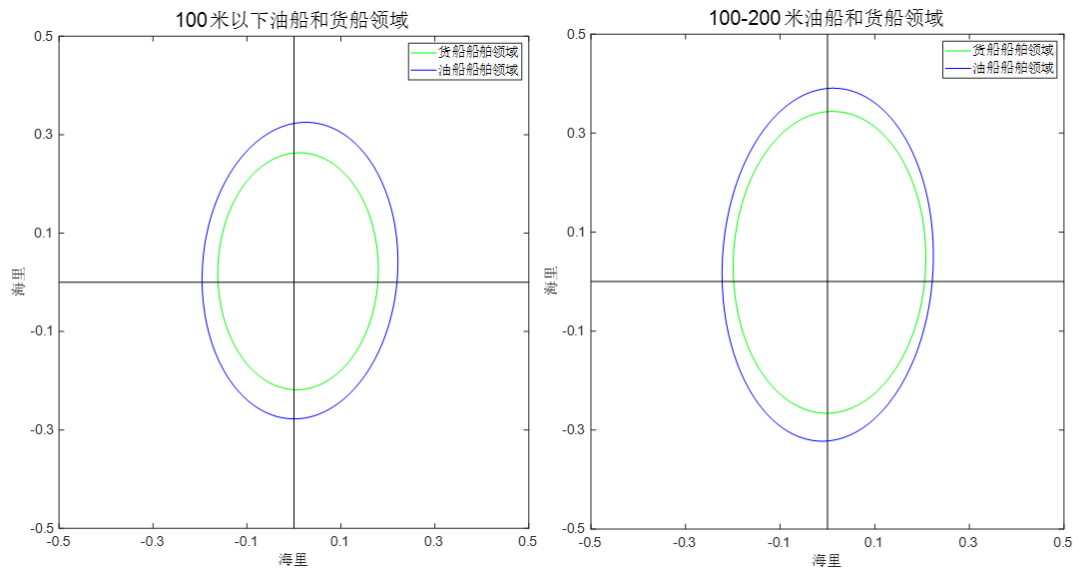


图 14 200 米以下货船和油船的船舶领域

Fig.14 The ship domain of oil tanker under 200 meters

由图 14 可知，同尺度油船的船舶领域比货船的领域大。主要船型货船 100-200 米船舶领域长轴约为 $7.536L$ (L 取 150 米，主要船型的平均船长)，短轴为 $5.024L$ ；油船 100-200 米领域长轴和短轴分别为 $8.818L$ 和 $5.504L$ ，该水域 100-200 米货船和油船的领域长轴和短轴约为 $8.177L$ 和 $5.264L$ ，比藤井船舶领域模型略大 ($8L$ 和 $3.2L$)，该模型基本符合规律，这主要是随着时代的发展，现今船舶尺度较藤井研究时代有所增大，而船舶领域随着尺度的增大而增大。

4 结论

本研究利用大量 AIS 数据，计算船舶间的相对位置关系，并通过将相对位置关系叠加的方式来反应中心船周围的他船分布规律，利用编程语

言构建船舶领域研究平台，并通过最小二乘法的椭圆拟合方法确定领域边界，对开阔水域通航分道处船舶领域进行研究，分析了该水域不同尺度和船型的船舶领域，主要探讨了油船和货船的船舶领域，并对主要尺度货船和油船的船舶领域着重探讨，得出以下结论：

- (1) 船舶领域客观存在，开阔水域船舶领域近似椭圆，形状和大小类似于藤井船舶领域模型；
- (2) 船型和船舶尺度对船舶领域有影响，船舶领域随着船舶尺度的增大而增大，同尺度船舶领域，油船比货船大，即特殊货船舶较普通货物船舶领域大；
- (3) 船舶领域的长轴随船长的增加的幅度比短轴随船长增加的幅度大。

参考文献 (References) :

- [1] 陈毕伍, 沙正荣, 吴建生, 等. 基于船舶领域的珠江口通航风险评估[J]. 大连海事大学学报, 2020, 46(1): 29-38.
CHEN B W, SHA Z R, WU J S, et al. Navigation risk assessment of Pearl River Estuary based on ship domain[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2020, 46(1): 29-38. (in Chinese)
- [2] 周丹, 郑中义. 船舶领域与其影响因素的关系[J]. 大连海事大学学报, 2016, 42(3): 25-30.
ZHOU D, ZHENG Z Y. Relationship between the ship

- domain and its influence factors[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2016, 42(3): 25-30. (in Chinese)
- [3] 张英俊, 翟鹏宇. 海运船舶自主避碰技术研究进展与趋势[J]. 大连海事大学学报, 2022, 48(03): 1-11.
ZHANG Y J, ZHAI P Y. Research progress and trend of autonomous collision avoidance technology for marine ships[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2022, 48(3): 1-11. (in Chinese)
- [4] 范云生, 郑鲲鹏, 赵永生. 基于改进粒子群优化算法的无人水面艇动态避碰方法[J]. 大连海事大学学报, 2020, 46(01): 1-9.
FAN Y S, ZHENG K P, ZHAO Y S. Dynamic collision avoidance method for unmanned surface vehicle based on improved particle swarm optimization[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2020, 46(1): 1-9. (in Chinese)
- [5] 苗鹏, 刘克中, 辛旭日, 等. 基于改进NSGA-II的船舶避碰决策辅助算法[J]. 大连海事大学学报, 2021, 47(04): 10-18.
MIAO P, LIU K Z, XIN X R, et al. Ship collision avoidance decision aids based on improved NSGA-II[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2021, 47(4): 10-18. (in Chinese)
- [6] 曾小龙, 茅云生, 宋利飞, 等. 基于改进细菌觅食优化的无人艇自主避碰算法[J]. 大连海事大学学报, 2018, 44(04): 35-42.
ZENG X L, MAO Y S, SONG L F, et al. Automatic collision avoidance algorithm for unmanned surface vehicle based on improved bacterial foraging optimization[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2018, 44(4): 35-42. (in Chinese)
- [7] 刘柏静, 贾静, 吴晓青, 等. 基于AIS和多尺度空间模型的船舶活动时空特征及潜在压力[J]. 大连海事大学学报, 2018, 44(3): 115-121.
LIU B J, JIA J, WU X Q, et al. Spatial-temporal features and potential pressure of marine vessel activities based on AIS and multi-scales spatial model[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2018, 44(3): 115-121. (in Chinese)
- [8] ZHAO J S, WU Z L, WANG F C. Comments on Ship Domains[J]. Journal of Navigation, 1993, 46(3): 422-436.
- [9] PIETRZYKOWSKI Z, URIASZ J. The Ship Domain – A Criterion of Navigational Safety Assessment in an Open Sea Area[J]. Journal of Navigation, 2009, 62(1): 93-108.
- [10] 杨柏丞, 赵志垒. 基于改进模拟退火算法的多船会遇避碰决策[J]. 大连海事大学学报, 2018, 44(02): 22-26.
YANG B C, ZHAO Z L. Multi-ship encounter collision avoidance decisions based on improved simulated annealing algorithm[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2018, 44(2): 22-26. (in Chinese)
- [11] ZHANG L, MENG Q. Probabilistic ship domain with applications to ship collision risk assessment[J]. Ocean Engineering, 2019, 186:106130.
- [12] HANSEN M G, JENSEN T K, LEHN-SCHIØLER T, et al. Empirical Ship Domain based on AIS Data[J]. Journal of Navigation, 2013, 66(06): 931-940.
- [13] 丁法. 基于AIS数据的开阔水域船舶领域分析研究[D]. 大连海事大学, 2016.
DING F. Analysis and Research of Ship Domain in Open Water Based on AIS Data [D]. Dalian Maritime University, 2016. (in Chinese)
- [14] 闫蓓, 王斌, 李媛. 基于最小二乘法的椭圆拟合改进算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2008(03): 295-298.
YAN B, WANG B, LI Y. Improved elliptic fitting algorithm based on least square method [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008(03): 295-298. (in Chinese)
- [15] 朱森荣, 刘杰徽. 基于最小二乘法椭圆拟合的改进型快速算法[J]. 舰船电子工程, 2022, 42(01): 33-35.
ZHU S R, LIU J H. An improved fast algorithm based on least square Elliptic Fitting [J]. Ship Electronic Engineering, 2022, 42(01): 33-35. (in Chinese)